

Physik-Department

Ferienkurs zur Experimentalphysik 3

Matthias Golibrzuch, Daniel Jost

Dienstag



TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Inhaltsverzeichnis

1	Das Huygensche Prinzip	1
2	Optische Abbildungen	2
2.1	Virtuelle und reelle Abbildungen	2
2.2	Linsen	2
2.2.1	Sammellinse	2
2.2.2	Streulinse	3
2.3	Linsengleichung	3
2.4	Vergrößerung	4
3	Dicke Linsen und Linsensysteme	5
4	Optische Instrumente	6
4.1	Teleskope	6

Inhaltsverzeichnis

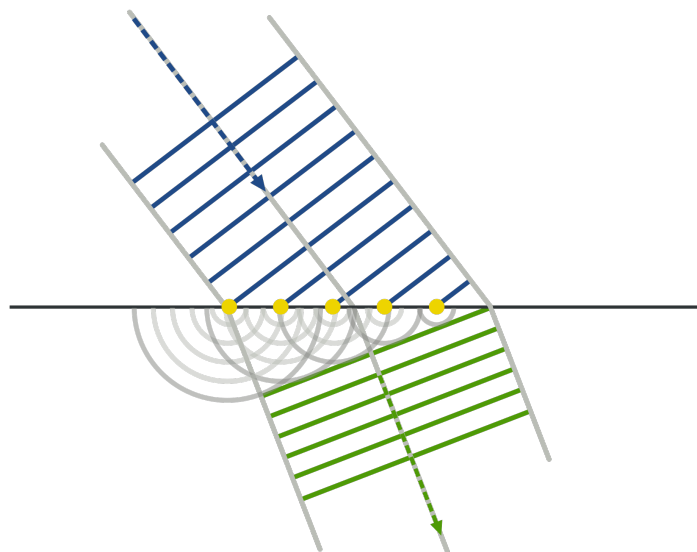
4.2	Mikroskop	7
4.3	Rayleigh-Kriterium	7
5	Abbildungsfehler	8
5.1	Sphärische Aberration	8
5.2	Chromatische Aberration	9
5.3	Astigmatismus	9

Hinweise:

- Geometrische Optik: Die Welleneigenschaften von Licht werden nicht berücksichtigt.
- Die Grundlage wird durch das Fermatsche Prinzip gebildet, das gestern bereits erwähnt wurde. Licht nimmt immer den optisch kürzesten Weg.
- Wenn das Medium optisch homogen ist, sind Lichtstrahlen immer Geraden.
- Lichtstrahlen an Grenzflächen werden nach dem Reflexionsgesetz reflektiert und nach Snellius gebrochen.

1 Das Huygensche Prinzip

Betrachtet man eine Wellenfront wie in der Abbildung unten, dann ist gemäß dem Huygenschen Prinzip jeder Punkt dieser Wellenfront Ausgangspunkt für eine neue Welle, genannt Elementarwelle. Dreidimensionale Wellen sind Kugelwellen, zweidimensional erhält man Kreiswellen.



Da sich die Wellen nur vorwärts ausbreiten und nicht rückwärts, erhält man Halbkugeln oder Halbkreise. Die neue Wellenfront ist die Superposition aus allen Elementarwellen.

2 Optische Abbildungen

Zur Erzeugung eines optischen Bildes wird Licht das von einem Gegenstand ausgeht durch ein optisches System in einem neuen Bildpunkt vereinigt.

2.1 Virtuelle und reelle Abbildungen

Wenn man in einen Spiegel blickt, dann sieht man eine Abbildung eines jeden Punktes im Raum. Die Spiegeloberfläche erzeugt also ein virtuelles Bild, das identisch zu einem reellen Bild wäre das man in doppeltem Abstand hinter dem Spiegel sehen würde. Von diesem virtuellen Bild gehen keine Lichtstrahlen aus. Ein reelles Bild bedarf der tatsächlichen Aussendung von Licht.

2.2 Linsen

Prinzipiell kann man zwei verschiedene Arten von Linsen unterscheiden: Konvex- und Konkavlinen. Umgangssprachlich werden diese Sammell- und Streulinen genannt.

2.2.1 Sammellinse

Sammellinsen sind sphärisch. Die Strahlen einer Wellenfront werden in der Brennebene gesammelt. Wenn Licht parallel zur optischen Achse einstrahlt, wird es im Brennpunkt fokussiert. Aus parallelen Lichtbündeln werden konvergente Strahlen gemacht. Dadurch kann ein reelles Bild erzeugt werden.

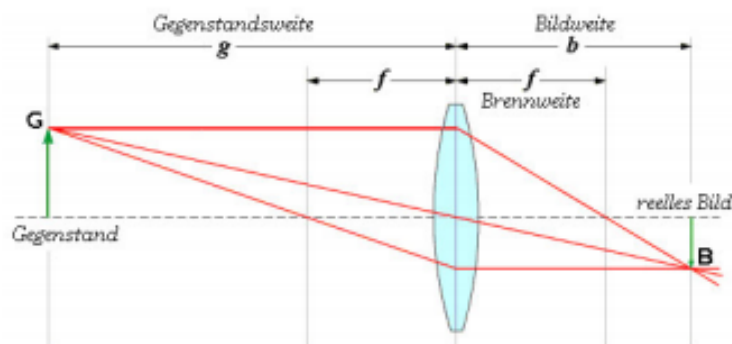


Abbildung 1: Erzeugung eines reellen Bildes.

Ob ein virtuelles oder reelles Bild erzeugt wird, hängt davon ab, ob sich der Gegenstand innerhalb oder außerhalb der Brennweite befindet. Außerhalb der Brennweite,

2 Optische Abbildungen

also $g > f$ entsteht ein reelles Bild. Falls $g < f$ entsteht ein virtuelles Bild auf der Seite auf der sich der Gegenstand befindet.

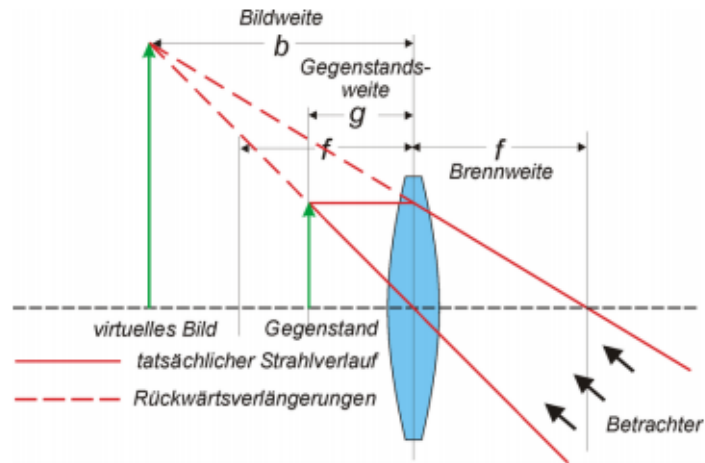


Abbildung 2: Erzeugung eines virtuellen Bildes.

In der Abbildung oben wird ein solches virtuelles Bild erzeugt. Das virtuelle Bild ist daher größer und die Linse wirkt somit als Lupe.

2.2.2 Streulinse

Streulinsen erzeugen nur virtuelle Bilder. Der Krümmungsradius der Linsen ist genau anders herum, weswegen man auch von einer negativen Brennweite spricht.

2.3 Linsengleichung

Sammel- und Streulinsen weiter oben sind so genannte dünne Linsen. Damit ist gemeint, dass man die Dicke der Linsen vernachlässigen kann. Die Brechung der Lichtstrahlen findet an zwei sphärischen Grenzflächen statt. Für dünne Linsen werden diese beiden Brechvorgänge zu einem Brechvorgang an der Mittelebene der Linse zusammengefasst. Strahlen, die durch den Mittelpunkt der dünnen Linse gehen, gehen ungebrochen hindurch. Diese Näherung gilt für große Brennweiten. Die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

beschreibt alle optischen Systeme und ist zentraler Anlaufpunkt in der geometrischen Optik. f ist wieder die Brennweite, g die Gegenstandsweite (Abstand Gegenstand-Linse) und b die Bildweite (Abstand Bild-Linse). Für die Vorzeichenkonvention gilt die entsprechende Tabelle.

Größen	Positiv	Negativ
g	links	rechts
b	rechts	links
f_g	links	rechts
f_b	rechts	links
R	rechts	links

2.4 Vergrößerung

Die Vergrößerung V von Bildern ist gegeben durch

$$V = \frac{B}{G} = \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} \approx \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (2)$$

mit der Größe des Bildes B und des Gegenstands G . α_1 ist der Betrachtungswinkel ohne Hilfsmittel und α_2 mit Hilfsmittel. Die Approximation gilt für kleine Winkel, d. h. wenn die Strahlen nah an der optischen Achse verlaufen. Für Sammellinsen kann man schreiben:

$$\frac{B}{G} = -\frac{b}{g} = -\frac{f-g}{g} \quad (3)$$

Im letzten Schritt wurde die Abbildungsgleichung verwendet. Aus der Abbildungsgleichung geht ferner hervor:

$$\frac{1}{g} = \frac{b-f}{bf} \Rightarrow V = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f} \quad (4)$$

Für Aufgaben: Will man beispielsweise die Vergrößerung einer Lupe berechnen, benötigt man den Abstand zwischen Lupe und Auge. Dafür setzt man $s_0 = 25$ cm. Das ist die deutliche Sehweite und ist definiert als der minimale Abstand den ein Objekt vor dem Auge haben muss um scharf gesehen werden zu können. Der Betrachtungswinkel ist dann gegeben durch:

$$\tan \alpha_1 = \frac{G}{s_0} \quad (5)$$

In einem nächsten Schritt wird die Gegenstandsweite $g = \infty$ gesetzt. Das nutzt man auch beim Teleskop. Das heißt die Gegenstandsweite ist gleich der Brennweite und man erhält:

$$\tan \alpha_2 = \frac{G}{f} \quad (6)$$

Die Vergrößerung einer Lupe ist dann also

$$V = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (7)$$

3 Dicke Linsen und Linsensysteme

Linsensysteme können wieder mit der Abbildungsgleichung betrachtet werden. Insbesondere im Falle zweier Linsen kann man für die Gesamtbrennweite des Linsensystems f schreiben

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (8)$$

mit dem Abstand d zwischen den beiden Linsen mit Brennweite f_1 und f_2 . Für kleine Abstände zwischen den Linsen im Vergleich zu den Brennweiten, also für $d \ll f_1$ und $d \ll f_2$ kann der letzte Term vernachlässigt werden. Im Falle dicker Linsen muss man das Medium der Linse berücksichtigen. Die Abbildungsgleichung ist dann

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1 R_2} \right) \quad (9)$$

Die Gegenstandsweite g wird bis zur ersten Hauptebene H_1 und die Bildweite von der zweiten Hauptebene H_2 gemessen. d ist die Dicke der Linsen und R_1 und R_2 die jeweiligen Krümmungsradien der Grenzflächen.

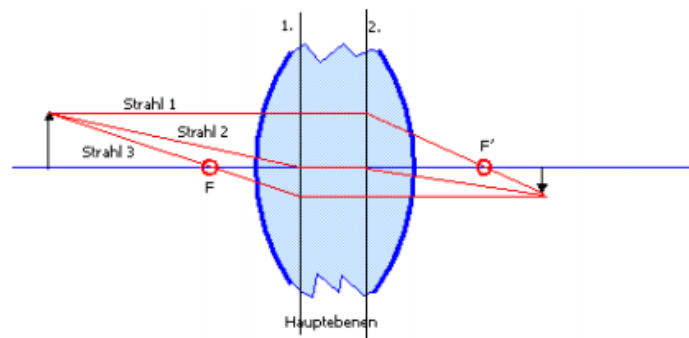


Abbildung 3: Dicke Linsen mit Hauptebenen H_1 und H_2 .

Strahlenkonstruktionen können ähnlich wie bei dünnen Linsen gemacht werden, wenn die zwei Hauptebenen H_1 und H_2 eingeführt werden. Die einfallenden und ausgehenden Strahlen werden verlängert bis sie die Hauptebenen schneiden. Strahlbrechungen an den Grenzflächen der Linsen werden durch die Brechung an den Hauptebenen ersetzt. Somit wird die dicke Linse wie zwei dünne Linsen betrachtet. Der Abstand der Hauptebenen zu den Schnittpunkten der Linsengrenzflächen mit der Symmetrieachse ist dann

$$h_1 = -\frac{(n-1)fd}{nR_2}. \quad (10)$$

Vorzeichenkonvention: $h_i > 0$ wenn H_i rechts von S_i liegt und $h_i < 0$ wenn H_i links von S_i ist.

4 Optische Instrumente

4.1 Teleskope

Ein Teleskop besteht aus zwei verschiedenen Linsen, deren Brennweiten unterschiedlich sind. Die Linse mit größerer Brennweite ist das Objektiv und die mit kleinerer Brennweite das Okular. Die Gegenstandsweite wird auf unendlich gesetzt. Die Abbildungsgleichung vereinfacht sich:

$$f = b \quad (11)$$

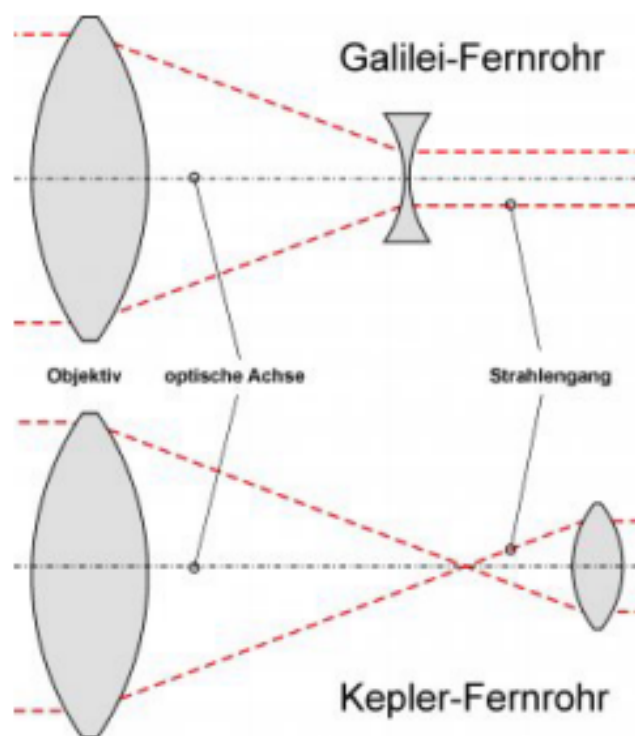


Abbildung 4: Galilei- und Kepler-Fernrohr; Strahlengänge.

Das Objektiv dient dazu ein reelles Bild in der Bildebene zu erzeugen. Mit dem Okular wird dieses Bild dann für das Auge aufbereitet. Man kann das Okular entweder mit einer konkaven oder konvexen Linse realisieren. Für ersteres erhält man den Aufbau eines Galileo- für letzteres eines Kepler-Fernrohrs. Die Vergrößerung des Fernrohrs ist gegeben durch die Brennweiten von Objektiv und Okular:

$$V = \frac{f_{\text{Objektiv}}}{f_{\text{Okular}}} \quad (12)$$

Ein Kepler-Fernrohr erzeugt offensichtlich in auf dem Kopf stehendes Bild.

4.2 Mikroskop

Bei einem Mikroskop erzeugt das Objektiv (Sammellinse) ein reelles Zwischenbild. Das Okular (Sammellinse) befindet sich in einem Abstand vom Objektiv, sodass immer ein paralleles Strahlenbündel das Mikroskop verlässt. Die Vergrößerung ist durch die Einzelvergrößerungen von Okular und Objektiv gegeben:

$$V = V_{\text{Okular}} V_{\text{Objektiv}} \quad (13)$$

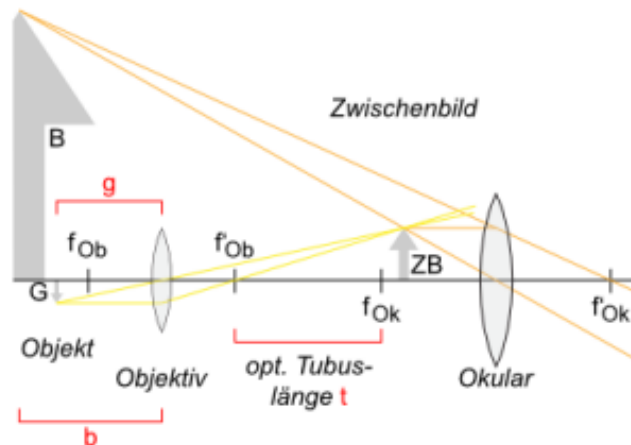


Abbildung 5: Aufbau eines Mikroskops.

4.3 Rayleigh-Kriterium

Obwohl Welleneigenschaften in der geometrischen Optik gänzlich vernachlässigt werden, treten an einer Linse trotzdem Beugungseffekte auf, weil diese wie eine Kreisblende wirkt. Es wird daher nicht ein Punkt abgebildet, sondern das Beugungsmuster eines Punktes.

5 Abbildungsfehler

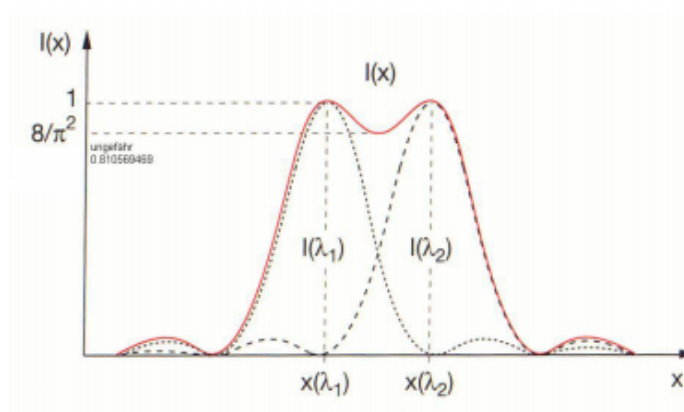


Abbildung 6: Beugungsmuster von zwei nahe beieinander liegenden Punkten.

Das Beugungsmuster zweier benachbarter Punkte kann sich überlagern und erzeugt ein unscharfes Bild. Zwei Punkte lassen sich nur auflösen, wenn das Maximum des einen Punktes im Minimum des anderen liegt. Der Winkelabstand zwischen den beiden muss das Rayleigh-Kriterium erfüllen:

$$\alpha = \arcsin 1.22 \frac{\lambda}{d} \approx 1.22 \frac{\lambda}{d} \quad (14)$$

d ist der Durchmesser der Blende, z. B. die Öffnung eines Teleskops.

5 Abbildungsfehler

5.1 Sphärische Aberration

Für große Öffnungen und kleine Brennweiten lässt sich die Kleinwinkelnäherungen nicht mehr ohne weiteres anwenden. Strahlen, die weit entfernt von der Symmetrieachse verlaufen werden stärker gebrochen als Strahlen die dicht an dieser verlaufen. Dadurch entsteht kein Brennpunkt sondern eine Brennlinie.

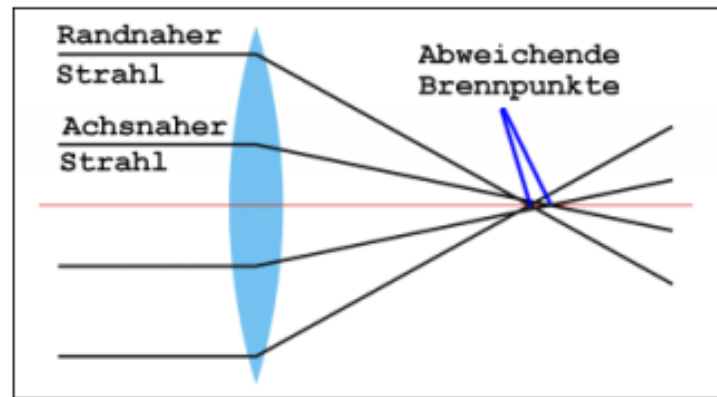


Abbildung 7: Sphärische Aberration.

5.2 Chromatische Aberration

Chromatische Aberration entsteht dadurch, dass der Brechungsindex für gewöhnlich wellenlängenabhängig ist, also $n(\lambda)$. Das bedeutet, dass Licht unterschiedlicher Wellenlänge unterschiedlich gebrochen wird (Dispersion). Chromatische Aberration wird sichtbar durch farbige Ränder an der Abbildung.

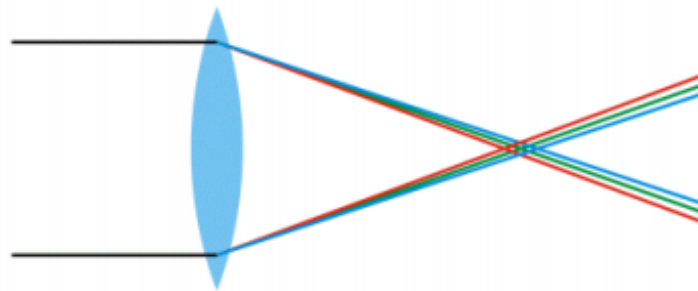


Abbildung 8: Chromatische Aberration.

5.3 Astigmatismus

Astigmatismus entsteht, wenn ein optisches Element keine ideale Kugelform besitzt. Scharfe Abbildungen werden so unmöglich.