

# 501 - Röntgenspektren und Compton-Effekt

## 1. Aufgaben

- 1.1 Messen Sie das Röntgenspektrum von Molybdän in der ersten Beugungsordnung eines NaCl-Kristalls!
- 1.2 Messen Sie die Transmissionskurven von Kupfer und Zirkonium. Bestimmen Sie daraus die Wellenlänge der Absorptionskante und die Bindungsenergie der Elektronen in der K-Schale von Zirkonium!
- 1.3 Weisen Sie die Wellenlängenverschiebung von Röntgenstrahlen bei der Streuung an Aluminium nach (Compton-Effekt)!

## 2. Grundlagen

### Stichworte:

Aufbau einer Röntgenröhre, Bremsspektrum, charakteristisches Spektrum, Absorptionskante, Bindungsenergie, Photoeffekt, Compton-Effekt, Fensterzählrohr, Nulleffekt

### 2.1 Das Spektrum einer Röntgenröhre

Die 1895 von Konrad Röntgen entdeckten Strahlen sind energiereiche Quanten elektromagnetischer Strahlung im Wellenlängenbereich zwischen  $\approx 1$  pm und 2 nm. Den schematischen Aufbau einer Röntgenröhre zeigt Bild 1.

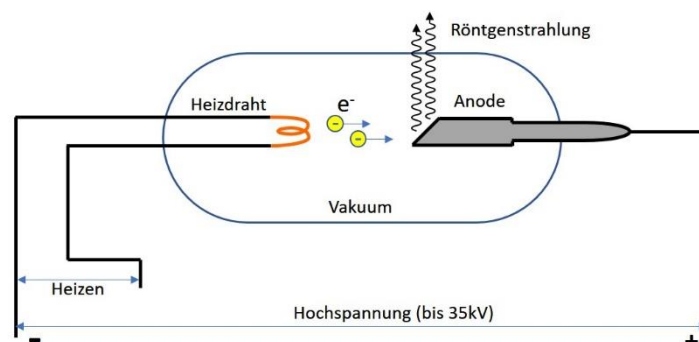


Bild 1: Schematische Darstellung einer Hochvakuum-Röntgenröhre.

In einem evakuierten Kolben werden durch die Glühkatode freie Elektronen erzeugt und mittels hoher Spannung zur Anode hin beschleunigt. Beim Aufprall der Elektronen auf der Anode entsteht die Röntgenstrahlung. Das Spektrum der so erzeugten Röntgenstrahlung besteht aus einem Anteil mit kontinuierlichem Frequenzverlauf - dem Bremsspektrum - und einigen intensiven Spektrallinien des Anodenmaterials, die das so genannte *charakteristische Röntgenspektrum* bilden.

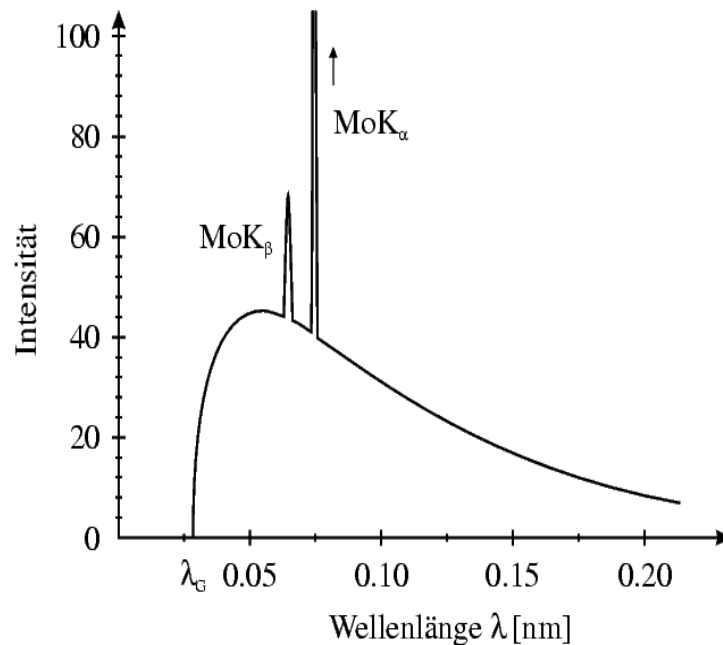


Bild 2: Röntgenspektrum einer Molybdänröhre (35 kV). Die Intensitätsspitzen sind diskrete Anregungen von Elektronen des Molybdäns.

Das *kontinuierliche Bremsspektrum* entsteht, wenn die in der Röntgenröhre beschleunigten Elektronen in der Anode abgebremst werden, da jede beschleunigte bzw. abgebremste Ladung elektromagnetische Wellen aussendet. Die kurzwellige Grenze  $\lambda_G$  ist dadurch charakterisiert, dass hier die gesamte kinetische Energie des Elektrons auf das Röntgenquant übertragen wird

$$E_{kin} = e \cdot U = \frac{hc}{\lambda_G} \quad (1)$$

$e$ ... Elementarladung

$U$ ... Beschleunigungsspannung

$h$ ... Plancksches Wirkungsquantum

$c$ ... Lichtgeschwindigkeit.

Darüber hinaus können die stark beschleunigten Elektronen im Anodenmaterial Atome ionisieren, wobei wegen der hohen Energie der Elektronen die Ionisation durch das Herausschlagen eines Elektrons vorzugsweise aus einer inneren Schale erfolgt. Der dabei freiwerdende Platz in der Elektronenschale wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale gefüllt. Bei diesem Übergang wird die Bindungsenergie in Form von *charakteristischer Röntgenstrahlung* abgestrahlt.

Die auftretenden Spektrallinien werden mit  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  bzw.  $K_\gamma$  usw. bezeichnet, wenn der Übergang von der L-, M- bzw. N-Schale in eine Lücke in der K-Schale erfolgt:

$$K_\alpha: L \rightarrow K, \quad K_\beta: M \rightarrow K, \quad K_\gamma: N \rightarrow K.$$

Die Energie  $E_\alpha$  der  $K_\alpha$ -Linie ergibt sich nach dem Gesetz von Moseley zu

$$E_{\alpha} = \frac{3}{4} hc \cdot R_{\infty} (Z - 1)^2 \quad (2)$$

$R_{\infty}$  ... Rydberg-Konstante ( $R_{\infty} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ ),  
 $Z$  ... Ordnungszahl des Anodenatoms.

Es gilt näherungsweise

$$\frac{\lambda}{\text{nm}} \approx \frac{1,24 \text{ kV}}{U} \quad (3)$$

## 2.2 Beugung von Röntgenstrahlen

Die Wellennatur der Röntgenstrahlen wurde erstmals 1912 durch Laue, Friedrich und Knipping bei der Durchstrahlung von Kristallen experimentell nachgewiesen. Wenn Röntgenstrahlen einen Kristall durchdringen werden sie an den Gitterbausteinen gestreut. Wenn es sich um eine elastische Streuung handelt, dann hat die gestreute Welle die gleiche Frequenz wie die einfallende Primärwelle. In diesem Fall können die gestreuten Wellen konstruktiv interferieren. Die Bedingung für das Auftreten eines Interferenzmaximums unter dem Winkel  $\vartheta$  liefert die Braggsche Gleichung (Bild 3)

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \vartheta \quad (4)$$

( $d$ ... Netzebenenabstand,  $n$ ... Beugungsordnung,  $\vartheta$ ... Braggwinkel).

Der Winkel  $2\vartheta$  ist der Streuwinkel, d. h. der Winkel zwischen einfallendem und gebeugtem Strahl.

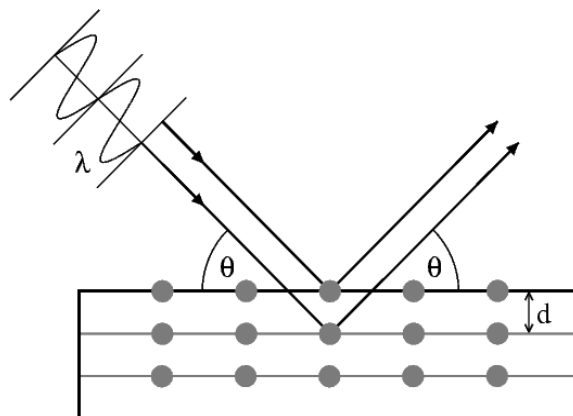


Bild 3: „Bragg-Reflexion“ an einer Netzebenenchar mit dem Netzebenenabstand  $d$ .

## 2.3 Schwächung von Röntgenstrahlung in Materie

Röntgenstrahlen werden beim Durchgang durch Materie infolge Streuung und Absorption geschwächt. Zwischen der Intensität  $I_0$  der einfallenden Welle und der Intensität  $I$  nach Durchdringen einer Probe der Dicke  $D$  gilt der Zusammenhang

$$I = I_0 e^{-\gamma \cdot D} \quad (5)$$

Der Schwächungskoeffizient  $\gamma$  setzt sich aus einem Anteil der Absorption  $\mu$  und einem Streuanteil  $\sigma$  zusammen:

$$\gamma = \mu + \sigma. \quad (6)$$

Das Verhältnis der Intensitäten  $I$  der geschwächten Welle zur Intensität  $I_0$  der einfallenden Welle bezeichnet man als Transmission  $T$ .

Im Wellenlängenbereich von  $\lambda = (0.01 \dots 10)$  nm ist die Absorption durch Ionisierung der Atome der dominierende Schwächungsprozess. Die Wahrscheinlichkeit für eine solche Photoabsorption steigt mit zunehmender Wellenlänge (abnehmender Energie) bis zu dem Wert an, bei dem die Energie der Röntgenquanten  $h\nu = hc/\lambda$  der Elektronen-Bindungsenergie im Atom entspricht. Es steht dann ein neuer Absorptionskanal zur Verfügung, in welchem das Photon vernichtet und ein Elektron sowie ein kernnahes Loch erzeugt werden kann. Der Absorptionskoeffizient fällt deshalb oberhalb dieser Wellenlänge (z. B.  $\lambda_K$  für Ionisation der K-Schale, K-Absorptionskante) abrupt ab. Die Differenz aus Elektronenbindungs- und Photonenenergie wird in kinetische Energie der Photoelektronen umgewandelt und die Absorptionswahrscheinlichkeit nimmt bis zur nächsten Absorptionskante zu, wobei in einem weiten Wellenlängenbereich in guter Näherung gilt:

$$\mu \sim Z^4 \cdot \lambda^3. \quad (7)$$

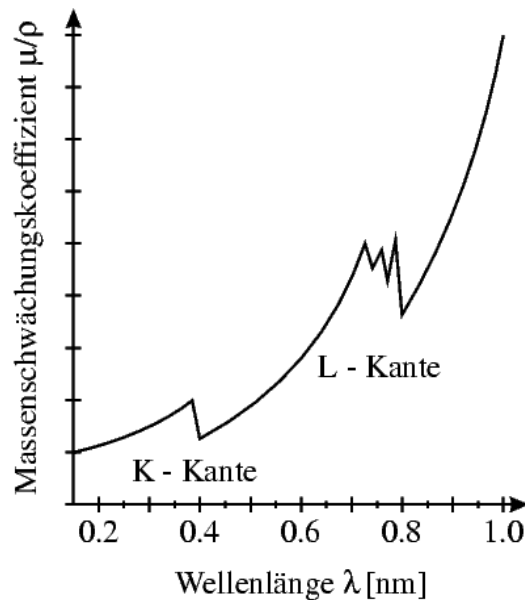


Bild 4: Massenschwächungskoeffizient = Absorptionskoeffizient/Dichte =  $\mu/\rho$  als Funktion der Wellenlänge.

## 2.4 Compton-Effekt

Der amerikanische Physiker *A. H. Compton* beobachtete 1923 bei der Streuung von Röntgenstrahlen an einem Streukörper eine Wellenlängenverschiebung, die er mit der Quantennatur der Röntgenstrahlen erklärte. Er deutete den Effekt als Stoßvorgang zwischen einem Röntgenquant und einem **ungebundenen** Elektron der streuenden Probe, bei dem sich die Energie des Röntgen-Quants ändert, da kinetische Energie auf das Elektron übertragen wird. Energie und

Impuls bleiben beim Stoß erhalten. Das Elektron kann vor dem Stoß als ruhend betrachtet werden (siehe Bild. 5).

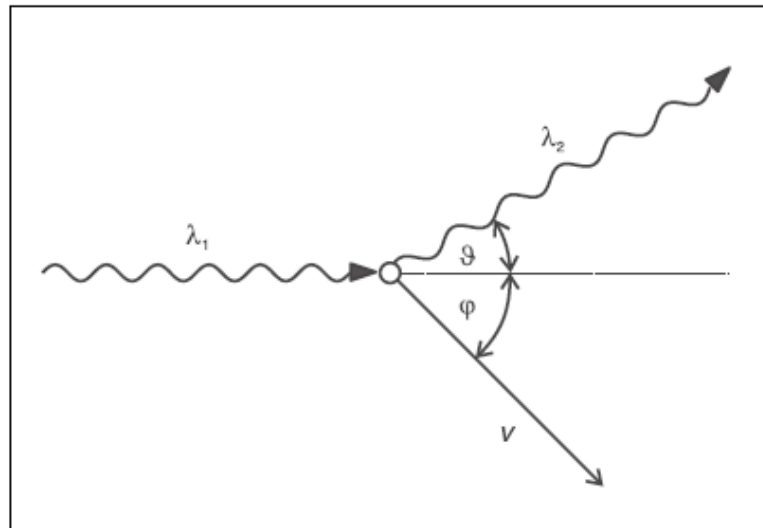


Bild 5: Compton-Streuung eines Röntgen-Quants an einem ungebundenen ruhenden Elektron.

Für die Änderung der Wellenlänge gilt

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta) \quad (8)$$

wobei die Compton-Wellenlänge  $\lambda_C = 2,43 \text{ pm}$  konstant ist.

## 2.5 Messung von Röntgenstrahlung

Die Intensität der Röntgenstrahlung wird mit einem Zählrohr als Anzahl der pro Zeiteinheit registrierten Röntgenquanten (Impulsrate  $R$  in counts per second - cps) bestimmt. Ein Zählrohr (Bild 6) besteht im Prinzip aus einem halboffenen Metallzylinder (als Kathode geschaltet), in dem sich axial und isoliert ein dünner Metalldraht (Anode) befindet. Die offene Seite ist als Eintrittsfenster mit einer sehr dünnen Folie versehen, die nur ein geringes Absorptionsvermögen für Röntgenstrahlung aufweist. Das Zählrohr ist mit Luft oder einer speziellen Edelgas-Halogen-Mischung unter vermindertem Druck gefüllt. Zwischen Anode und Kathode liegt über einem hochohmigen Widerstand je nach Betriebsart eine Spannung zwischen 300 bis 2000 V an.

In das Zählrohr einfallende Röntgenquanten ionisieren die Gasatome. Die dabei freigesetzten Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt und ionisieren ihrerseits auf dem Weg dahin durch Stoß weitere Gasatome bzw. Gasmoleküle. Es kommt zu einer lawinenartigen Entstehung von Ladungsträgerpaaren (Verstärkungsfaktor  $10^3 \dots 10^5$ ), die im äußeren Stromkreis einen registrierbaren Stromimpuls verursachen. Weil die Elektronen wesentlich schneller abwandern als die trägeren positiven Ionen, bildet sich in der Folge um den Anodendraht ein positiver Raumladungsschlauch heraus, der die Feldstärke so stark verringert, dass die weitere Entladung zum Erliegen kommt. In dieser kurzzeitigen Phase kann keine erneute Lawinenbildung durch weitere einfallende Strahlungsquanten stattfinden. Man spricht von

einer so genannten Totzeit  $t_T$  ( $\approx 10 \dots 100 \mu\text{s}$ ). Erst nachdem die trägen positiven Ionen zur Kathode gelangt sind und dort neutralisiert wurden, ist das Zählrohr wieder detektionsbereit.

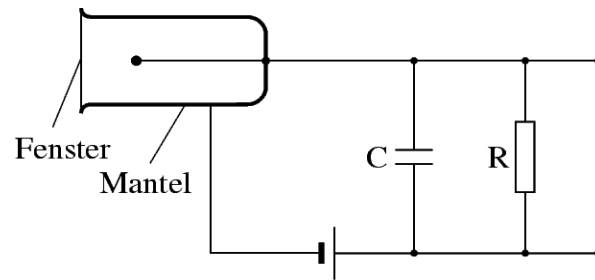


Bild 6: Prinzipskizze eines Fensterzählrohrs.

## 2.6 Kurzbeschreibung des LD-Röntengerätes:

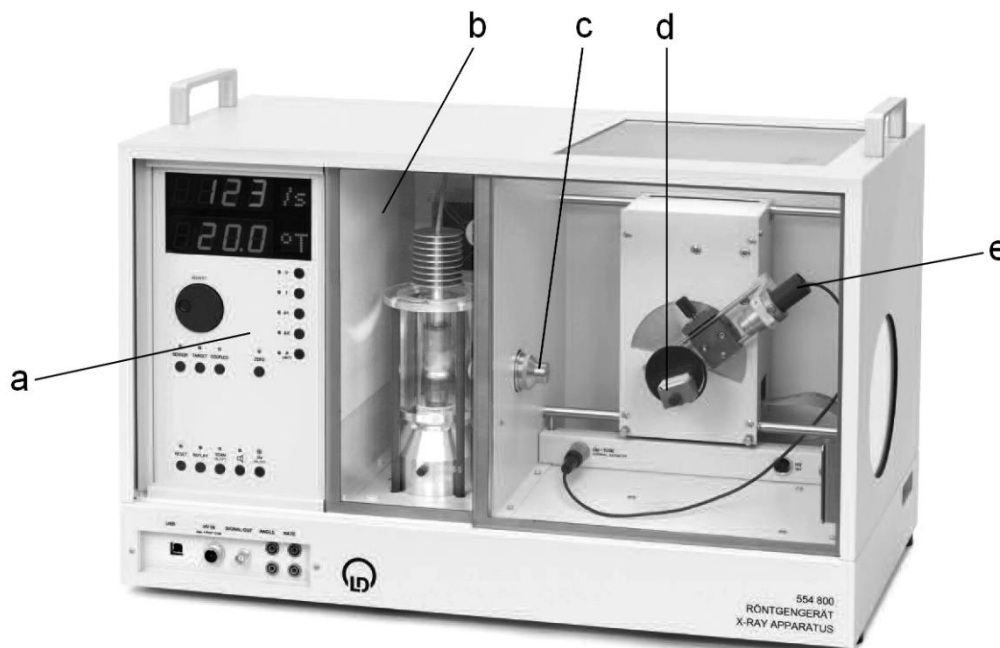


Bild 7: Röntengerät der Firma LEYBOLD-DIDACTIC

- a) Bedienfeld
- b) Röhrenraum (mit Mo-Röntgenröhre)
- c) Kollimator zur Erzeugung eines parallelen Röntgenstrahls
- d) Goniometer mit NaCl-Target
- e) Sensor für Röntgenstrahlung.

Das Röntengerät ist funktional in drei Hauptblöcke aufgeteilt: Bedienfeld, Röhrenraum und Experimentierraum.

Im Bedienfeld können die Parameter Röhren-Hochspannung  $U$ , Emissionsstrom  $I_e$ , Messdauer  $\Delta t$ , Winkelschrittweite  $\Delta\beta$  und Winkelgrenzen  $\beta$ -Limits ausgewählt und mit dem Dreheinsteller digital eingestellt werden.

Im Röhrenraum können Sie die Röntgenröhre im Betrieb sehen.

Im Experimentierraum sind unterschiedliche Röntgenuntersuchungen durchführbar. Für diesen Versuch wird ein Spaltkollimator mit verschiedenen Metallfiltern, der drehbare Targethalter für NaCl- oder Alu-Probe sowie das auf einem Goniometer montierte Fensterzählrohr als Strahlungsdetektor verwendet.

Röntgenraum und Experimentierraum werden strahlungssicher durch eine Spezialglasplatte nach außen abgeschirmt. Beim Öffnen des Verriegelungstasters wird die Röhren-Hochspannung abgeschaltet.

### 3. Versuchsdurchführung

Um ein Spektrum aufnehmen zu können, muss die Röntgenstrahlung der Molybdän-Anode zunächst monochromatisiert werden. Hierzu nutzt man aus, dass am NaCl-Kristall gemäß dem Braggschen Reflexionsgesetz (siehe Gleichung 4,  $d_{\text{NaCl}} = 0,282 \text{ nm}$ ) nur Licht einer bestimmten Wellenlänge konstruktiv interferiert. Zur spektralen Trennung der Röntgenstrahlung muss weiterhin zwischen dem Targetwinkel  $\vartheta$  und dem Detektorwinkel  $2\vartheta$  eine feste Kopplung bestehen. Diese kann am Röntgengerät eingestellt werden, wobei zunächst Target und Detektor geeignet zu justieren sind. Hinweise zur Justage befinden sich am Versuchsplatz oder werden vom Betreuer gegeben.

#### 3.1 Messung des Anodenspektrums

Hierfür sind die folgenden Einstellungen zu verwenden:

$$\begin{array}{ll} U &= 35 \text{ kV} & \beta \downarrow &= 2,5^\circ \text{ (untere Winkelgrenze, } \vartheta_{\min}) \\ I_e &= 1 \text{ mA} & \beta \uparrow &= 17^\circ \text{ (obere Winkelgrenze, } \vartheta_{\max}) \end{array}$$

Messen Sie in Schritten von  $0,5^\circ$ . Ergänzen Sie die Messung im Winkelbereich der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Strahlung durch Schrittweiten von  $0,1^\circ$ .

Im Hinblick auf die folgenden Transmissionsmessungen ist  $\Delta t$  dabei so zu wählen, dass der statistische Fehler (einer typischen Einzelmessung) der Transmissionskurve unter 15 % liegt. Dieser Fehler hängt von der Gesamtzahl der Impulse  $N$  ab, welche eine statistisch verteilte Messgröße ist und einer Poisson-Verteilung genügt.

Wegen  $\Delta N = 2 \cdot \sqrt{N}$  (Poisson-Verteilung,  $2\sigma$  Konfidenzintervall, siehe Versuch 303) und  $N = R \cdot \Delta t$  folgt für den relativen Fehler  $\delta N$

$$\delta N = \frac{\Delta N}{N} = \frac{2\sqrt{N}}{N} = \frac{2}{\sqrt{R \cdot \Delta t}} \quad (9).$$

Der Start der Messung erfolgt mittels Tastendruck SCAN  $\rightarrow$  ON im Modus COUPLED. Das Auslesen der Messdaten Impulsrate als Funktion von  $\beta$  bzw.  $\vartheta$  in  $^\circ$  erfolgt nach Drücken der Taste REPLAY. Mit dem Dreheinsteller kann die zum jeweiligen Winkel gehörende Impulsrate abgerufen werden.

Die so erhaltene Impulsratenverteilungen  $R(\vartheta)$  ist als Funktion von  $\lambda$  grafisch darzustellen und zu interpretieren. Anhand der Lage der charakteristischen Peaks für Mo- $K_\alpha$  und Mo- $K_\beta$  sind die zugehörigen Energien zu bestimmen und mit Literaturwerten zu vergleichen. Auch sollte die kurzwellige Kante  $\lambda_G$  beachtet werden.

### 3.2 Messung der wellenlängenabhängigen Transmission von Kupfer und Zirkonium

Nutzen Sie jetzt  $U = 30$  kV und lassen Sie alle anderen Geräte-Einstellungen (Emissionsstrom, Winkel und Messdauer) unverändert. Wiederholen Sie die Messungen mit dem Aufsetzen jeweils einer Metallfolie (1.) Cu und (2.) Zr!

Tragen Sie die Transmissionskurven  $T_{\text{Cu}} = R_{\text{Cu}}/R_0$  und  $T_{\text{Zr}} = R_{\text{Zr}}/R_0$  ebenfalls als Funktion der Wellenlänge auf. Was ist anhand der gewonnenen Kurven zu erkennen? Zur Messung von  $R_0$  siehe Abschnitt 3.4.1.!

### 3.4 Nachweis der Wellenlängenverschiebung beim Compton-Effekt

#### 3.4.1 Aufbau der Messanordnung

Der Nachweis der Wellenlängenverschiebung beruht auf einer von *R. W. Pohl* angegebenen Anordnung, in der die Abschwächung der *ungestreuten* und der an einem Aluminiumkörper *gestreuten* Röntgenstrahlung in einer Kupferfolie verglichen wird (siehe Bild 8). Die Transmission  $T_{\text{Cu}}$  der Kupferfolie hängt von der Wellenlänge der Röntgenstrahlung ab (vgl. Transmissionsmessung an Kupfer!). Daher macht sich eine Wellenlängenverschiebung der Röntgenstrahlung durch Compton-Streuung als eine Änderung der Transmission bzw. der Zählrate bemerkbar.

Gemessen wird zunächst die Impulsrate  $R$  der an einem Aluminiumkörper gestreuten Röntgenstrahlung *ohne* Abschwächung. Anschließend werden die Zählraten  $R_1$  und  $R_2$  bestimmt. Da die Zählraten klein sind, wird außerdem die Impulsrate  $R_0$  des Nulleffekts (= Impulsrate, die auch ohne Anwesenheit von Röntgenstrahlen gemessen wird) berücksichtigt. Aus den Transmissionen  $T_1 = \frac{R_1 - R_0}{R - R_0}$  und  $T_2 = \frac{R_2 - R_0}{R - R_0}$  werden unter Auswertung der gemessenen Transmissionskurve von Kupfer die „mittleren“ Wellenlängen  $\lambda_1$  der ungestreuten und  $\lambda_2$  der gestreuten Röntgenstrahlung aus dem Diagramm ermittelt. Um  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  ablesen zu können, muss die Transmissionskurve im Bereich 60-65 pm geglättet und für  $>70$ pm extrapoliert werden.

Die gesuchte Wellenlängenverschiebung ist schließlich  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ . Vergleichen Sie mit der Theorie!

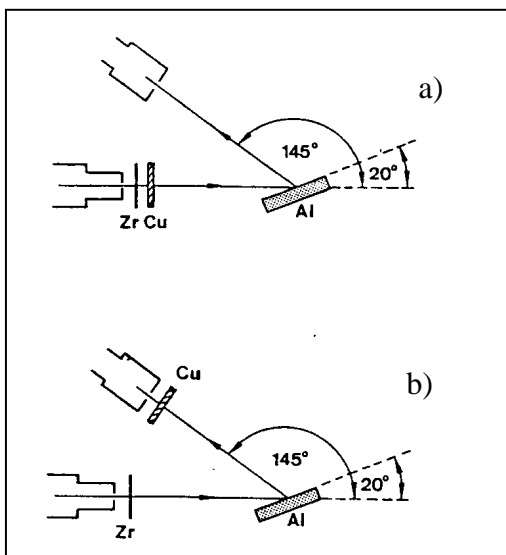


Bild 8: Versuchsaufbau zum Nachweis der Wellenlängenverschiebung

- a) Kupfer-Absorber vor dem Streuobjekt  
→ Messung von  $R_1$  (Zr-Filter dafür auf der Strahleintrittsseite des Kollimators befestigen)
- b) Kupfer-Absorber hinter dem Streuobjekt  
→ Messung von  $R_2$

Der Zr-Filter dient jeweils zur Monochromatisierung der Röntgenstrahlung.



### 3.4.2 Durchführung der Messungen

Zur Messung von  $R$  (Streuung ohne Kupfer),  $R_1$  bzw.  $T_1$  (Kupfer vor dem Streuobjekt) sowie  $R_2$  bzw.  $T_2$  (Kupfer hinter dem Streuobjekt) sind folgende Einstellungen zu wählen:

- Aluminiumstreuer als Target einbauen und Targetwinkel auf  $20^\circ$  stellen
- Sensorwinkel auf  $145^\circ$  stellen
- $U = 30$  kV und  $I_e = 1,00$  mA
- Winkelschrittweite  $\Delta\beta = 0,0^\circ$
- Als Messzeit jeweils  $\Delta t = 500$  s wählen
- Zur Bestimmung der Nullrate  $R_0$ : Emissionsstrom  $I_e = 0$  setzen,  $U = 30$  kV, HV „on“.

### 3.4.3 Korrektur

Neben der inelastischen Compton-Streuung müsste für eine genauere Auswertung auch die elastische Streuung der Röntgenstrahlung berücksichtigt werden, bei der definitionsgemäß keine Wellenlängenverschiebung stattfindet. Die gemessene Transmission  $T_2$  nimmt gegenüber  $T_1$  weniger ab als die eigentlich gesuchte (und korrigierte) Transmission  $T_2^{\text{kor}}$  für **rein inelastisch** gestreute Röntgenstrahlung. Die Wellenlängenverschiebung  $\Delta\lambda$  durch Compton-Streuung wird daher bei der Auswertung zu klein abgeschätzt!

Für eine quantitative Auswertung ist anschließend zu berücksichtigen, dass nur ein bestimmter Anteil der einfallenden Strahlung unelastisch gestreut wird, d. h. in der Intensität  $I_2$  ist immer ein Anteil  $C$  mit der Transmission  $T_1$  enthalten:

$$I_2 \approx C \cdot T_1 \cdot I_0 + (1 - C) \cdot T_2^{\text{kor}} \cdot I_0 \quad (10)$$

Das Verhältnis von unelastisch zu elastisch gestreuter Röntgenstrahlung (d. h.  $(1-C)/C$ ) ist für den verwendeten Streuwinkel von  $145^\circ$  etwa 2,23. Mit dem so korrigierten Wert für  $T_2$

$$T_2^{\text{kor}} \approx \left( \frac{I_2 / I_1 - C}{1 - C} \right) \cdot T_1 \quad (11)$$

erhält man die Wellenlänge  $\lambda_2$ . Damit wird die korrigierte Wellenlängenverschiebung  $\Delta\lambda_{\text{kor}}$  bestimmt.

### 3.4.4 Hinweise zur Auswertung

Der erneute Anstieg der Cu-Transmission ab ca.  $7^\circ$  (zu größeren Winkelgraden hin) hängt mit der bereits messbaren 2. Beugungsordnung zusammen. Deshalb extrapoliert man den weiteren Abfall der Cu-Transmissionskurve im Bereich  $>70$  pm, um die ermittelten Werte  $T_1$  und  $T_2$  bzw.  $T_2^{\text{kor}}$  für die Bestimmungen der Wellenlängen geeignet aus dem Diagramm ablesen zu können.